

## UESB-Licenciatura em Física

### 4<sup>o</sup> Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I Acréscimos e diferenciais

1. Considere  $y = 3x^2 - 2x + 4$ . Tome  $x_1 = 1$  e  $\Delta x = 0,02$ .
  - (a) Calcule  $\Delta y$ .
  - (b) Seja  $dx = 0,02$  e calcule  $dy$ .
  - (c) Determinar o erro  $\epsilon = \Delta y - dy$ .
2. Seja  $f(x) = 3x^2 - 5$ . Determine a variação  $\Delta y$  para  $x = 2$  e  $\Delta x = 0,1$ .
3. Use diferenciais para estimar os seguintes valores:
  - (a)  $(2,09)^3$
  - (b)  $\sqrt{36,1}$
  - (c)  $\sqrt[3]{28}$
  - (d)  $\frac{1}{10,1}$
  - (e)  $\cos 44^\circ$
  - (f)  $\ln 1,07$
4. O raio de uma esfera de aço que mede 1,5cm e sabe-se que o erro cometido na medição é menor ou igual a 0,1cm. Estimar o erro possível no cálculo do volume da esfera.
5. A lei de gravitação de Newton afirma que a força  $F$  de atração de duas partículas de massas  $m_1, m_2$  é dada por  $F = \frac{gm_1m_2}{s^2}$ , onde  $g$  é uma constante e  $s$  é a distância entre as partículas. Se  $s = 20\text{cm}$ , use diferenciais para obter uma aproximação da variação em  $s$  que aumente  $F$  em 10%.
6. Uma baleia é avistada pela tripulação de um navio, que estima seu comprimento  $L$  em 10 cm, com um erro máximo possível de 60 cm. Sabe-se que o peso  $W$  (em toneladas métricas) está relacionado com  $L$  pela fórmula  $W = 0,005823L^{3,18}$ . Use diferenciais para aproximar o erro absoluto e o erro relativo na estimativa do peso da baleia.

7. A aresta de um cubo tem 30 cm, com um possível erro de medida de 0,1 cm. Use diferenciais para estimar o erro máximo possível em calcular o volume e a área de sua superfície.
8. O raio de um disco circular é 24 cm, com um possível erro de 0,2 cm. Use diferenciais para estimar o erro máximo na área do disco. Qual o erro relativo?

### Taxa de variação

9. Um reservatório de água está sendo esvaziado. A quantidade de água no reservatório, em litros,  $t$  horas após o escoamento ter começado é dado por  $V(t) = 50(80 - t)^2$ .
  - (a) A taxa de variação do volume da água, após 8 horas de escoamento.
  - (b) A quantidade de água que sai do reservatório nas primeiras horas de escoamento.
10. Um corredor corre uma trajetória circular de raio 100m a uma velocidade constante de 7m/s. Um outro indivíduo está parado a uma distância de 200m do centro da pista. Qual a taxa de variação de distância entre os dois quando a distância era de 200m?
11. Uma escada de 10m de comprimento está apoiada numa parede vertical. Se a extremidade inferior da escada começa a deslizar horizontalmente à razão de 0,5m/s, com que velocidade o topo da escada percorrerá a parede, quando a extremidade inferior estiver a 6m do solo?
12. A dilatação de um disco de cobre aquecido é tal que o raio cresce com a velocidade de 0,01cm/s. Com que velocidade cresce a área do disco quando o raio tem 2cm?
13. A lei de Boyle para gases confinados a uma temperatura constante  $C$  é  $PV=C$ , onde  $V$  é o volume e  $P$  é a pressão. Se em certo instante o volume é de  $600 \text{ cm}^3$ , a pressão é de  $150 \text{ k/cm}^2$  e a pressão cresce à razão de  $20 \text{ k/cm}^2$  por minuto, com que taxa está variando o volume nesse instante?
14. Dois carros partem de um cruzamento no mesmo momento. Um viaja para o norte a 80km/h e o outro para o leste a 60km/h. A que taxa aumenta a distância entre os dois carros a 2 horas após a partida?

### Reta tangente

15. Determine a equação da reta tangente às seguintes curvas no ponto indicado  $x=a$ :

(a)  $y = x^2 - 2x + 1; a = 2.$

(b)  $y = 3x^2; a = 3$

(c)  $y = x^2 - 3x + 6; a = -1$

(d)  $y = \frac{1}{x}; a = \frac{1}{3}$

(e)  $y = 2\sqrt{x}; a = 3$

### Regra de L'Hospital

16. Calcule os limites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x - x}{x^3}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \tan \frac{1}{x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x^2}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$

(g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x$

### GABARITO

3) a) 9,08 b) 6,0083 c) 3,1111 d) 0,099 e) -0,0174 f) 0,07

4)  $0,9\pi \text{ cm}^3$  5)  $-0,125 \times 10^{-2} \text{ gm}_1 \text{ m}_2$

6) 1,68 toneladas métricas e  $\frac{dW}{W} = 0,19$  7)  $6 \text{ cm}^2$  8) 0,0167

9) a) -7200l/h b) -38750l 10) 3,30 m 11)  $-\frac{2}{3} \text{ m/s}$  12) 0,04cm/s

13)  $-80 \text{ cm}^3/\text{min}$  14) 100km/h

15) a)  $y = 2x + 1$  b)  $y = 18x - 27$  c)  $y = -5x + 5$  d)  $y = 12x - 16$

e)  $y = -9x + 6$  f)  $y = \frac{\sqrt{3}}{12}(x + 21)$

16) a)  $+\infty$  b)  $-\frac{1}{6}$  c) 0 d) 1 e) 0 f) 0 g) 0 h) 0