UESB *Eng. de Alimentos e Ambiental*	3o. Estudo Dirigido de Cálculo Numérico Nome: Profa. Laura Goulart

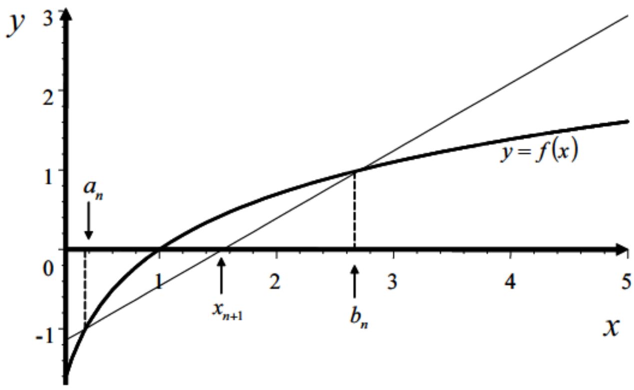
Método da Posição Falsa

A diferença básica entre esse método e o método da bisseção está na forma de dividir o intervalo. Assim, em vez de tomar a média aritmética entre a_{k-1} e b_{k-1}, o Método da Falsa Posição toma a média ponderada entre a_{k-1} e b_{k-1} com pesos $|f(b_{k-1})|$ e $|f(a_{k-1})|$, respectivamente.

Ou seja,

$$x_k = \frac{a_{k-1} \cdot |f(b_{k-1})| + b_{k-1} \cdot |f(a_{k-1})|}{|f(b_{k-1})| + |f(a_{k-1})|}$$

Graficamente o valor de x_k é o ponto de intersecção entre o eixo Ox e a reta secante que passa pelos pontos $(a_{k-1}, f(a_{k-1}))$ e $(b_{k-1}, f(b_{k-1}))$ como mostra a figura abaixo:

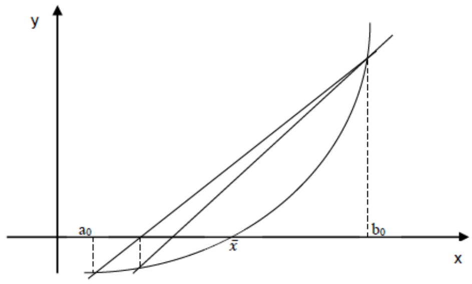


Por isso, esse método é também conhecido como **Método das Secantes**.

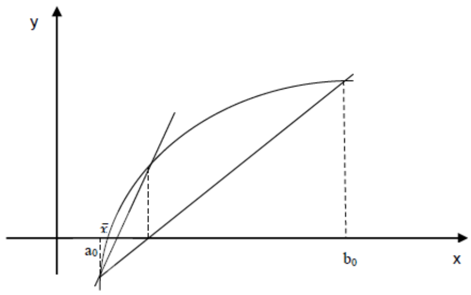
O foco do Método da Falsa Posição é gerar, em cada iteração, uma aproximação para a raíz cuja a imagem seja a menor possível, ie, $|f(x_k)| < \varepsilon$.

Convergência do Método da Falsa Posição

Uma função f é dita convexa em $[a, b]$ se $f''(x) > 0, \forall x \in [a, b]$.



Uma função f é dita côncava em $[a, b]$ se $f''(x) < 0, \forall x \in [a, b]$.



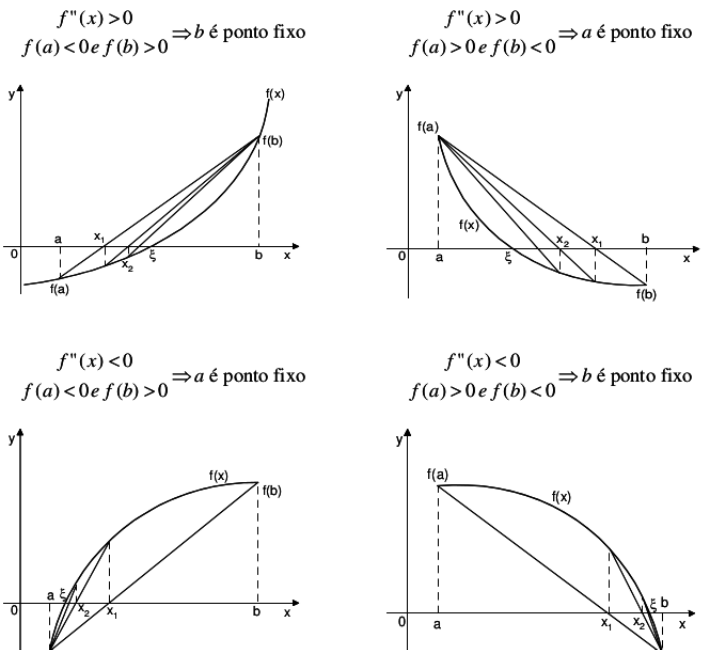
Teorema 1 *Seja f uma função de classe C^2 no intervalo $[a, b]$. Se*

(i) $f(a) \cdot f(b) < 0$

(ii) *f' e f'' tem sinais constantes em $[a, b]$*

então o método da falsa posição gera uma sequência convergente e uma das extremidades é fixa. Este caso especial é chamado **Método das Cordas**.

Dem: Por indução sobre k.



Exemplo 1 *Dado* $\varepsilon = 0,01$; *encontre uma raiz de* $f(x) = x^3 - 9x + 3$ *no intervalo [0,1], usando o método da falsa posição.*

Solução:

Como $f(0) = 3 > 0$ e $f(1) = -5 < 0$ temos que existe uma raiz $\alpha \in [0, 1]$.

<u>**Iteração 1**</u>

$$x_1 = \frac{a_0 \cdot |f(b_0)| + b_0 \cdot |f(a_0)|}{|f(a_0)| + |f(b_0)|} \Rightarrow x_1 = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 3}{3 + 5} \Rightarrow x_1 = 0,375$$

$f(x_1) = -0,32230$

Novo intervalo: $[0; 0,375]$

Critério de parada: $|f(x_1)| = 0,3223 > \varepsilon$

<u>**Iteração 2**</u>

$$x_2 = \frac{a_1 \cdot |f(b_1)| + b_1 \cdot |f(a_1)|}{|f(a_1)| + |f(b_1)|} \Rightarrow x_2 = \frac{0 \cdot 0,3223 + 0,375 \cdot 3}{3 + 0,3223} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_2 = 0,3386$

$f(x_2) = -0,0086$

Novo intervalo: $[0; 0,3386]$

Critério de parada: $|f(x_1)| = 0,0086 < \varepsilon$

RESPOSTA: A raiz aproximada é $\alpha = 0,3386$.

Considerações Finais

Se uma das extremidades for fixada e se x_0 for razoavelmente próximo da raíz, então esse método terá uma boa convergência. Caso contrário, pode ser mais lento que o método da bisseção.

Exercício Proposto: Pelo Método da falsa posição, ache uma raíz da função $f(x) = x^4 - 26x^2 + 24x + 21$ e com $\varepsilon = 0,01$.