UESB-UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

Estudo Dirigido de Cálculo Numérico

Método de Runge-Kutta de 2^a Ordem

O método de Runge-Kutta de 2^a ordem é definido pelas equações:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$$

onde,

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + h, y_i + hk_1)$$

Exemplo: $y' = xy$ e $y(0) = 1$ com $h = 0,25$ em $[0, 1]$
Resolução:
$f(x, y) = xy, x_0 = 0, y_0 = 1$

- i = 0

  $y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$
  $k_1 = f(x_0, y_0) = f(0, 1) = 0$
  $k_2 = f(x_0 + h, y_0 + hk_1) = f(0.25, 1) = 0.25$
  $y_1 = 1.03125$

- i = 1

  $y_2 = y_1 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$
  $k_1 = f(x_1, y_1) = f(0.25, 1.0312) = 0.2578$
  $k_2 = f(x_1 + h, y_1 + hk_1) = f(0.5, 1.0957) = 0.5478$
  $y_2 = 1.1319$

- i = 2

  $y_3 = y_2 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$
  $k_1 = f(x_2, y_)) = f(0.5, 1.1319)) = 0.5659$
  $k_2 = f(x_2 + h, y_2 + hk_1) = f(0.75, 1.2733) = 0.9550$
  $y_3 = 1.3220$

- i = 3

  $y_4 = y_3 + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$
  $k_1 = f(x_3, y_3) = f(0.75, 1.3220) = 0.9915$
  $k_2 = f(x_3 + h, y_3 + hk_1) = f(1, 1.5699) = 0.5478$
  $y_4 = 1.6422$

Exercício: Resolva a edo $y' = \frac{x}{y}$ e $y(1) = 1$ com $h = 0,2$ em [1,2] pelo método de Runge-Kutta de Segunda Ordem.

Método de Runge-Kutta de 4^a Ordem

O método de Runge-Kutta de 4^a ordem se constitui em um dos métodos clássicos. Ele é em geral de boa escolha, pois é bastante preciso, estável e de fácil programação. Sua forma é a seguinte:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

onde,

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3)$$

Exercício: Resolva a edo $y' = xy$ e $y(0) = 1$ com $h = 0,25$ em $[0,1]$ pelo método de Runge-Kutta de Quarta Ordem.