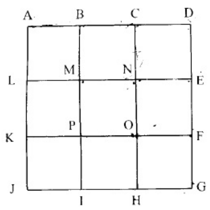
UESB-Licenciatura em Física

1ª Lista de Exercícios de Geometria Analítica

1. Represente no espaço os vetores abaixo:
   (a) $\vec{v} = (-1, 0, 1)$
   (b) $\vec{v} = (1, 2, 0)$
   (c) $\vec{v} = (-1, 1, 2)$
   (d) $\vec{v} = (1, -1, 1)$
   (e) $\vec{v} = (0, 1, -1)$

2. Represente no espaço o vetor $\vec{v} = \vec{AB}$, onde $A(-1, 2, 1); B(1, 1, 2)$.

3. Com base na figura abaixo, determine os seguintes vetores, expressando-os com origem no ponto A:



   (a) $\vec{AC} + \vec{CN}$
   (b) $\vec{AB} + \vec{BD}$
   (c) $\vec{AC} + \vec{DC}$
   (d) $\vec{AC} + \vec{AK}$
   (e) $\vec{AC} + \vec{EO}$
   (f) $\vec{AM} + \vec{BL}$
   (g) $\vec{AK} + \vec{AN}$
   (h) $\vec{AO} - \vec{OE}$

4. Prove a propriedade associativa da adição de vetores no espaço.

5. Sejam $\vec{u} = (2, -7, 1), \vec{v} = (-3, 0, 4), \vec{w} = (0, 5, -8)$. Calcule:
   (a) $3\vec{u} - 4\vec{v}$
   (b) $2\vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w}$.

6. Prove que se $\alpha\vec{v} = \beta\vec{v}$ e se $\vec{v} \neq 0$, então $\alpha = \beta$.

7. Encontre o valor de x para que se tenha $\vec{AB} = \vec{CD}$, sendo $A(x,1); B(4, x+3); C(x, x+2)$ e $D(2x, x+6)$.

8. O vetor $\vec{v} = (1,1,1)$ é combinação linear dos vetores $\vec{v}_1 = (4,2,-3), \vec{v}_2 = (2,1,-2)$ e $\vec{v}_3 = (-2,-1,0)$?

9. Quais dos vetores abaixo são l.i.?

   (a) $(1,1,2,1); (1,0,0,2); (4,6,8,6); (0,3,2,1)$
   (b) $(1,-2,3,-1); (-2,4,-6,2)$
   (c) $(1,1,1,1); (2,3,1,2); (3,1,2,1); (2,2,1,1)$
   (d) $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
   (e) $(3,2,10); (2,1,3); (4,3,6)$

10. Prove que se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é l.i., então $\{\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}\}$ também é.

11. Calcule a norma de cada um dos seguintes vetores:

    (a) $\vec{u} = (1,2,-3)$
    (b) $\vec{u} = (2,1,-2)$
    (c) $\vec{u} = (1,-2,4)$
    (d) $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$

12. Dados os pontos $A(1,2,2)$ e $B(3,6,2)$; escreva o vetor $\vec{v} = \vec{AB}$ como combinação linear de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Qual é a norma de $\vec{v}$?

13. Calcule o produto escalar dos seguintes vetores:

    (a) $\vec{u} = (1,-2,3), \vec{v} = (2,2,5)$
    (b) $\vec{u} = (3,3,-4), \vec{u} = (-1,-2,6)$
    (c) $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$.

14. Ache o ângulo entre os seguintes vetores:

    (a) $\vec{u} = (1,0,1), \vec{v} = (-2,10,2)$
    (b) $\vec{u} = (3,3,0), \vec{v} = (2,1,-2)$
    (c) $\vec{u} = (-1,1,1), \vec{v} = (1,1,1)$
    (d) $\vec{u} = (2,1,0), \vec{v} = (0,1,-1)$
    (e) $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{v} = -2\vec{j} - 2\vec{k}$

15. Ache $\vec{u} = (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ tal que $||\vec{u}|| = 3\sqrt{3}$ e $\vec{u}$ é ortogonal aos vetores $\vec{v} = (2,3,-1)$ e $\vec{w} = (2,-4,6)$.

16. Mostre que $||\vec{u} + \vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + 2 < \vec{u}, \vec{v} > + ||\vec{v}||^2$.

17. Calcule $||2\vec{u}+4\vec{v}||^2$, sabendo que $||\vec{u}||=1, ||\vec{v}||=2$ e a medida em radianos do ângulo entre eles é $\dfrac{2\pi}{3}$.

18. Ache a projeção ortogonal do vetor $\vec{u}$ na direção de $\vec{v}$:

    (a) $\vec{u}=(1,-1,2), \vec{v}=(3,-1,1)$
    (b) $\vec{u}=(-1,1,1), \vec{v}=(-2,1,2)$
    (c) $\vec{u}=(1,3,5), \vec{v}=(-3,1,0)$

19. Decomponha o vetor $\vec{v}=(-1,-3,2)$ como soma de dois vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ com $\vec{v}_1$ paralelo ao vetor $\vec{u}=(0,1,3)$ e $\vec{v}_2$ ortogonal a $\vec{u}$.

20. Calcule o produto vetorial dos seguintes vetores:

    (a) $\vec{u}=(1,2,3), \vec{v}=(-1,1,2)$
    (b) $\vec{u}=(6,-2,-4), \vec{v}=(-1,-2,1)$
    (c) $\vec{u}=(7,0,-5), \vec{v}=(1,2,-1)$
    (d) $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}, \vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

21. Calcule a área do paralelogramo de vértices $A(1,0,1); B(2,1,3); C(3,2,4); D(2,1,2)$.

22. Calcule a área do triângulo de vértices $A(1,2,1); B(3,0,4); C(5,1,3)$.

23. Ache o vetor $\vec{u}=(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ tal que $\vec{u}\times(\vec{i}+\vec{k})=2(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})$ e $||\vec{u}||=\sqrt{6}$.

24. Calcule o produto misto dos seguintes vetores:

    (a) $\vec{u}=(2,-1,1), \vec{v}=(1,-1,1), \vec{w}=(1,2,-1)$
    (b) $\vec{u}=(2,1,-1), \vec{v}=(3,-1,1), \vec{w}=(1,2,-3)$
    (c) $\vec{u}=(2,0,0), \vec{v}=(0,3,0), \vec{w}=(0,0,4)$

25. Verifique se os pontos $A(2,2,1); B(3,1,2); C(2,3,0); D(5,1,3)$ são coplanares.

UESB-Licenciatura em Física

GABARITO - 1a. Lista de Exercícios de Geometria Analítica

3)

a) $\vec{AN}$

a) $\vec{AD}$

a) $\vec{AB}$

a) $\vec{AO}$

a) $\vec{AM}$

a) $\vec{AK}$

a) $\vec{AH}$

a) $\vec{AI}$

5) a) $(18, -21, -13)$ b) $(-5, -39, 54)$

7) x = 2

8) Não

9) São l.i. os itens c, d, e

11) a) $\sqrt{14}$ b) 3 c) $\sqrt{21}$ d) $\sqrt{14}$

12) $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ e $||\vec{v}|| = 2\sqrt{5}$

13) a) 13 b) -33 c) -19

14) a) $\dfrac{\pi}{2}$ rad b) 0,78 rad c) 1,22 rad d) 1,24 rad e) 2,53 rad

15) $\vec{u} = (3, -3, -3)$ ou $\vec{u} = (-3, 3, 3)$

16) 52

17) a) $\left(\dfrac{18}{11}, \dfrac{-6}{11}, \dfrac{6}{11}\right)$ b) $\left(\dfrac{-10}{9}, \dfrac{5}{9}, \dfrac{10}{9}\right)$ c) o vetor nulo

19) $\left(-1, \dfrac{-33}{10}, \dfrac{11}{10}\right)$

20) a) $(1, -5, 3)$ b) $(-10, -2, -14)$ c) $(10, 2, 14)$ d) $(0, 3, 3)$

21) $\sqrt{2}$

22) 5,02

23) $\vec{u} = (-1, 2, 1)$

24) a) -1 b) 5 c) 24

25) não são