UESB-Licenciatura em Física

$3^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios de Geometria Analítica

0.1 Equações do plano no espaço

1. Determine a equação vetorial do plano π determinado pelos pontos $A(1,1,0); B(-1,2,1)$ e $C(3,2,1)$.

2. Determine a equação paramétrica do plano π paralelo aos vetores $\vec{u} = (-1,1,2), \vec{v} = (1,-1,2)$ e que passa pelo ponto $P(3,-1,2)$.

3. Dê uma equação vetorial do plano $\pi : \begin{cases} x = 1 + 2t - h \\ y = -2 + t + 3h \\ z = 3 + 5h \end{cases}$

4. Verifique, em cada um dos itens abaixo, se o ponto P pertence ao plano π :

   (a) $P(1,-1,0)$ e $\pi : X = (2,1,3) + t(1,0,1) + h(0,1,0)$

   (b) $P(2,1,3)$ e $\pi : x + y - 2z + 3 = 0$

   (c) $P(3,2,2)$ e $\pi : \begin{cases} x = 1 - h + t \\ y = 2 - h - t \\ z = 1 - h \end{cases}$

5. Seja o plano $\pi : 3x + y - z = 0$. Calcule:

   (a) O ponto de π que tem abcissa 1 e ordenada 3.

   (b) O ponto de π que tem abcissa 0 e cota 2.

   (c) o valor de k para que o ponto $P(k,3,k-1)$ pertença ao plano π.

6. Determine um vetor normal ao plano π nos seguintes casos:

   (a) determinado pelos pontos $A(-1,0,0); B(0,1,0)$ e $C(0,0,-1)$.

   (b) que passa pelos pontos $A(1,0,1); B(2,2,1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (1,-1,3)$.

   (c) que tem equação vetorial $\pi : X = (1,0,1) + t(2,-1,3) + h(1,1,0)$.

   (d) que tem equação paramétrica $\pi : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t - h \\ z = -t + 2h \end{cases}$

   (e) que tem equação geral $\pi : 2x - 3y + z - 1 = 0$

7. Determine a equação geral do plano que passa pelo ponto $P(3,-1,2)$ e paralelo aos vetores $\vec{u}=(-1,1,2)$ e $\vec{v}=(1,-1,0)$.

8. Determine a equação paramétrica e a equação geral do plano π que passa pelo ponto $A(2,0,-2)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u}=\hat{\imath}-\hat{\jmath}+\hat{k}$ e $\vec{v}=2\hat{\imath}+3\hat{\jmath}$.

9. Determine as equações gerais dos planos coordenados.

10. Dada a equação paramétrica $\pi : \begin{cases} x = 1+h-2t \\ y = 1-t \\ z = 4+2h-2t \end{cases}$, determine a equação geral do plano.

11. Dada a equação geral de $\pi : 3x-2y-z-6=0$, determine uma equação paramétrica do plano.

12. Determine, se possível, uma equação geral do plano determinado pelas retas r e s abaixo:

    (a) $r : X=(1,2,0)+h(-1,2,3)$ e $s : \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=-z$

    (b) $r : X=(-1,2,1)+h(1,2,-1)$ e $s : X=(2,5,-2)+t(-2,4,2)$

    (c) $r : X=(1,2,3)+h(1,0,2)$ e $s : \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 \\ z = 1+4t \end{cases}$

0.2 Posição relativa entre planos

13. Estude a posição relativa dos seguintes planos:

    (a) $\alpha : 2x+y-z+1=0$ e $\beta : 4x+2y-2z+2=0$

    (b) $\alpha : X=(1,0,1)+t(2,1,3)+h(0,0,1)$ e $\beta : 2x+y-z+1=0$

    (c) $\alpha : X=(1,0,1)+t(2,1,3)+h(0,0,1)$ e $\beta : \begin{cases} x = 4t \\ y = 1+2t \\ z = 2+5t-h \end{cases}$

14. Determine uma equação geral do plano π_1 paralelo ao plano $\pi_2 : 2x-6y+4z-1$ e que passa pelo ponto $P(1,0,-2)$.

15. Determine a equação geral do plano π_1 paralelo ao plano $\pi_2 : \begin{cases} x = 1+h+2t \\ y = 2+2h+t \\ z = 3t \end{cases}$ que passa pelo ponto $P(3,2,0)$.

16. Calcule os valores de a e b para que os planos $2x+3y+3=0$ e $(a-2)x+6y+(b-1)z+5$ sejam paralelos.

17. Verifique se os planos abaixo são perpendiculares:

    (a) $\pi_1 : 3x+y-4z+2=0$ e $\pi_2 : 2x+6y+3z=0$

    (b) $\pi_1 : x+y-4=0$ e $\pi_2 : \begin{cases} x=2-h+2t \\ y=h+t \\ z=t \end{cases}$

18. Determine uma equação geral do plano π que contém os pontos $A(2,1,2); B(1,-1,4)$ e que é perpendicular ao plano xOy.

19. Determine uma equação geral do plano π_1 que contém os pontos $A(1,-2,2); B(-3,1,-2)$ e que é perpendicular ao plano $\pi_2 : 2x+y-z+8=0$.

20. Determine o valor de m de modo que os planos $\pi_1 : mx+y+2z-7=0$ e $\pi_2 : 2x-3y+4z+1=0$ sejam perpendiculares.

21. Dados os planos $\alpha : 2x+4y-z+1=0$ e $\beta : -x+2y+z+2=0$, determine uma equação vetorial da reta de intersecção dos planos.

0.3 Ângulo entre planos

22. Determine os ângulos formados pelos planos α e β nos seguintes casos:

    (a) $\alpha : x-2y+z-6=0$ e $\beta : 2x-y-z+3=0$.

    (b) $\alpha : x-y+4=0$ e $\beta : 2x-y-z=0$

    (c) $\alpha : x+2y-6=0$ e $\beta : y=0$

    (d) $\alpha : x+y-2z=0$ e $\beta : -2x+y+3z-2=0$

    (e) $\alpha : \begin{cases} x=2-h \\ y=1+2t \\ z=2h-3t \end{cases}$ e $\beta : -2x+y+3z-2=0$.

    (f) $\alpha : \begin{cases} x=1+h-t \\ y=h+2t \\ z=h \end{cases}$ e $\beta : \begin{cases} x=2+t \\ y=-2h \\ z=h+t \end{cases}$

23. Determine o valor de m para que seja de $\dfrac{\pi}{6}$ o ângulo entre os planos $\pi_1 : x+my+2z-7=0$ e $\pi_2 : 4x+5y+3z+2=0$

0.4 Distância entre planos

24. Determine $d(Q, \pi)$ nos seguintes casos:

    (a) $Q(2,-1,2)$ e $\pi : 2x - 2y - z + 3 = 0$

    (b) $Q(3,-1,4)$ e $\pi : x + y + z = 0$

    (c) $Q(1,1,1)$ e $\pi : \begin{cases} x = 2 + 2h + 3t \\ y = -1 + h + t \\ z = 2 - h \end{cases}$

25. Calcule a distância entre os planos paralelos $\pi_1 : x + y + z = 4$ e $\pi_2 : 2x + 2y + 2z = 5$.

26. Encontre a equação geral do plano π_1 : paralelo ao plano π_2 : $2x - 2y - z - 3 = 0$ distando dele 5 unidades.

GABARITO:

1) $\vec{AB} = (-2,1,1); \vec{AC} = (2,1,1)$.
4) a) não b) sim c) sim
5) c) $k = -1$
6) a) $\vec{n} = (1,1,-1)$ b) $\vec{n}(2,-1,-1)$ c) $\vec{n} = 3(-1,1,1)$
d) $\vec{n} = 3(1,-2,-1)$
7) $x + y - 2 = 0$
8) $-3x + 2y + 4z + 16 = 0$
9) plano $xOy : z = 0$; plano $yOz : x = 0$; plano $xOz : y = 0$.
10) $2x - 2y - z + 4 = 0$
12) a) $-11x + 5y - 7z + 1 = 0$ b) $x + z = 0$ c) $-2x + z - 1 = 0$
13) a) paralelos e coincidentes b) concorrentes c) paralelos
14) $2x - 6y + 4z + 6 = 0$
15) $2x - y - z - 4 = 0$
16) $a = 6$ e $b = 1$
17) a) sim b) não
18) $-2x + y + 3 = 0$
19) $x - 12y - 10z - 5 = 0$
20) $m = -\frac{5}{2}$
21) $r : X = (-3,0,-5) + t(-6,1,-8)$
22) a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) 0,46 d) 0,70 e) 1,52 f) 0,64
23) $m = 1$ ou $m = 7$
24) a) $\frac{7}{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\frac{6}{\sqrt{11}}$
25) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
26) $2x - 2y - z + 12 = 0$ ou $2x - 2y - z - 18 = 0$